

# 実験 1 振り子による重力加速度の測定

## [概要と目的]

単振り子(ボルダの振り子)、および剛体振り子(ケーターの可逆振り子)の周期を測定し、重力加速度を得る。可逆振り子とは、正常につるしたときの周期と逆さにつるしたときの周期を可動式のおもりの位置を調整することができる振り子で、正逆同一周期状態を実現し、同一周期から重力加速度を得るものである。測定の精度を調べ、可逆振り子による測定が単振り子より優れている点を考察する。この実験を通して、振り子の運動や剛体の回転運動について理解を深める。

## [原理]

図1のような任意の形の剛体を、重心  $G$  を通らない水平線  $O$  の周りで振動させるとき、これを剛体振り子とよぶ。この振り子の水平な固定軸  $O$  のまわりの回転の運動方程式は、

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mgh \sin\theta \quad (1-1)$$

と書ける。ここで、 $I$ はこの剛体の固定軸  $O$  のまわりの慣性モーメント、 $M$ は剛体の質量、 $G$ は重心、 $h=OG$ である。 $\theta$ は支点  $O$  と重心  $G$  を結ぶ直線と、鉛直線のなす角である。その角  $\theta$  が小さいときは、 $\sin\theta$  を級数展開したときの2次以降の項を無視することができ、

$$\sin\theta \cong \theta \quad (1-2)$$

と近似できる。これを使って、(1-1)式は、

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mgh\theta \quad (1-3)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta \quad (\omega = \sqrt{\frac{Mgh}{I}}) \quad (1-4)$$

となり、これは単振動を記述する微分方程式になる。周期  $T$  は、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}} \quad (1-5)$$

となる。これを変形すると、重力加速度  $g$  は、

$$g = \frac{4\pi^2 I}{T^2 M h} \quad (1-6)$$

と表される。よって、剛体振り子の  $M$ 、 $T$ 、 $I$ 、 $h$  を測定、または計算で求めることにより、重力加速度  $g$  を決定することができる。このための振り子として、ボルダの振り子と

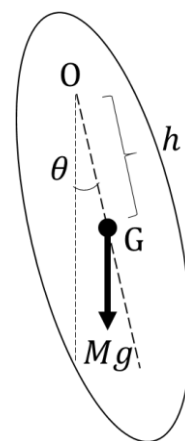


図1 剛体振り子

ケーターの振子が考案されている。

## [実験方法]

### 1. ボルダの単振子による測定

#### 1-1. 準備

- (1) 踏み台にあがって、図 2(a) のように三角ナイフエッジ E と台 P が垂直になるように振子を静かにつるす。
- (2) 超音波変位計は図 2(b) のような形状をしており、三脚の上に取り付けてある。円形をした金網のような部分で超音波の発信と受信を行う。三脚の高さ調整機構を使い、超音波発信・受信部の高ささと、ボルダ振子の球の高さを合わせる。
- (3) 振子を、振幅が約 5 cm になるように振る。ここで、振子の軌道が超音波変位計に対向した (垂直の) 直線を描くよう (楕円を描かないよう) に注意する。
- (4) 振子の周期を計測する。超音波変位計は PC で駆動する。詳しい手順は机上のマニュアルを参照すること。

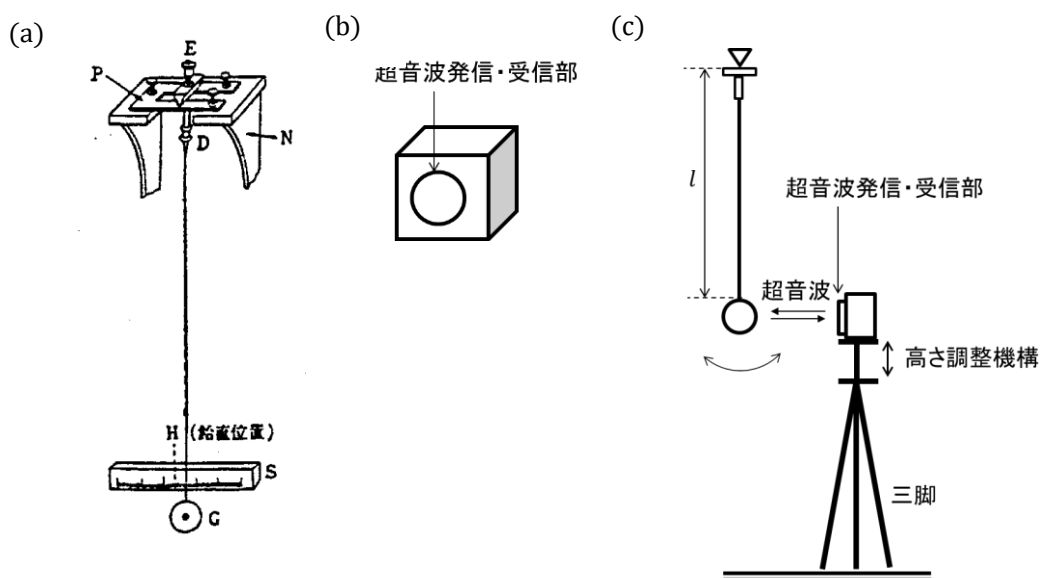


図 2 (a) ボルダの振子 (b) 超音波変位計 (c) 実験配置

#### 1-2. 測定

- (1) 振り子を適当な振幅 (約 5 cm 以下) で揺らし、10 往復ごとのスプリットタイム (経過時間) を班員の人数分含む時間範囲まで計測する。3 人の班は  $10 \times 3 = 30$  往復、4 人の班は  $10 \times 4 = 40$  往復分である。その測定結果を表 1 のようにまとめる。

必ず全班員で分担して測定結果の数値を出すこと。

(2) 表 1 の結果から、全体の平均値として、振子の周期  $T$  を求める。

(3) 振子のナイフエッジの刃から球表面までの長さ  $l$  を巻尺で、球の直径  $2r$  (半径  $r$ ) をノギスで測定し、表 2 のように記録する。3 回測定し、平均をとる。

表 1 1-2 の測定結果

往復回数 (回)	10 周期分の時間 (s) (①)	1 周期 (s) (①/10)
0~10		
10~20		
20~30		
30~40		
40~50		
$T$ の平均値		

表 2 ボルダの単振子の長さ と 球の直径の測定

	1 回目	2 回目	3 回目	平均
長さ $l$ [mm]				
球の直径 $2r$ [mm]				

### 1-3. 重力加速度の計算

(1) 振子を質点 (球の大きさを無視) と考えると、周期  $T$  は、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1-7)$$

で与えられる。ここで、 $L$  は軸から質点までの距離で、本実験では  $L = l + r$  で与えられる。測定結果から、この式を用いて、重力加速度  $g$  を求めなさい。

重力加速度  $g$                        $\text{m/s}^2$

## 2. 剛体振り子（ケーターの振り子）による測定

### 2-1 準備

- (1) 剛体振り子を扱うときは必ず手袋をつけて丁寧に扱い、落としたりぶついたりすることのないように気をつける。振り子を取り外したときは、かならず「縦」にして運ぶ。小さなおもり  $m$  以外は絶対に動かしてはならない。
- (2) 図 3 のように、大きなおもり  $M$  が下になるように（以下これを正方向とよぶ）、踏み台にあがってつるす。このとき、台とナイフエッジが垂直になるようにする。
- (3) 振り子を静止させ、超音波変位計が大きなおもり  $M$  と同じ高さになるように、三脚の高さを調節する。
- (4) 2-2、2-3 の説明に沿って、ボルダ振り子の場合と同様な手順で、超音波変位計を使って剛体振り子の周期を計測する。

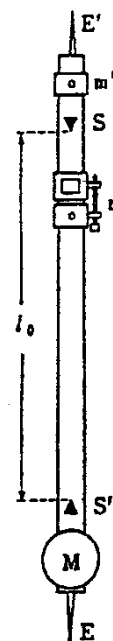


図 3 ケーターの振り子

### 2-2 正逆同一周期になるおもり位置の決定

可動式のおもりの位置を調整し、正逆の振り子の周期を同じにする。ここが最も重要な部分であるので、丁寧に時間をかけてやるように。

#### 正方向の周期の測定

- (1) 可動式のおもり  $m$  (図 3) の位置を 20 cm の位置に固定し、振幅が約 5 cm になるように静かに振動させる。ここで、軌道が楕円にならないように注意する。
- (2) 単振り子の場合と同様な方法で、剛体振り子の 30 周期分の時間を測定し、記録する。0.01 秒の桁まで記録すること。表 3 のように記録するとともに、図 4 のようなグラフに結果をプロットする (図 5)。
- (3) 同様に、25 cm、30 cm、35 cm の位置におもり  $m$  を固定し、30 回周期を測定、記録する。(時間に余裕があれば、図 4 のように 10 cm、40 cm、50 cm も測定したほうが良いが、なくても良い。)
- (4) プロットしたグラフをみて、なめらかな曲線に乗らないデータ点があったときは、そのデータ点だけ再び測定し直す。(ここをいい加減に済ませないこと！)

### 逆方向の周期の測定

- (5) 手袋をし、踏み台に乗って振り子を慎重に取り外して上下反転させ、大きなおもり M が上（逆方向）になるようにつるす。
- (6) 正方向と同様におもり m の位置を変えながら、30 回周期を測定し、正方向と同じグラフにプロットし、それぞれなめらかな曲線で結ぶ（図 5）。

表 3 正逆 30 回周期の測定

正方向

おもり位置	20cm	25cm	30cm	35cm
30 回周期 (s)				

逆方向

おもり位置	20cm	25cm	30cm	35cm
30 回周期 (s)				

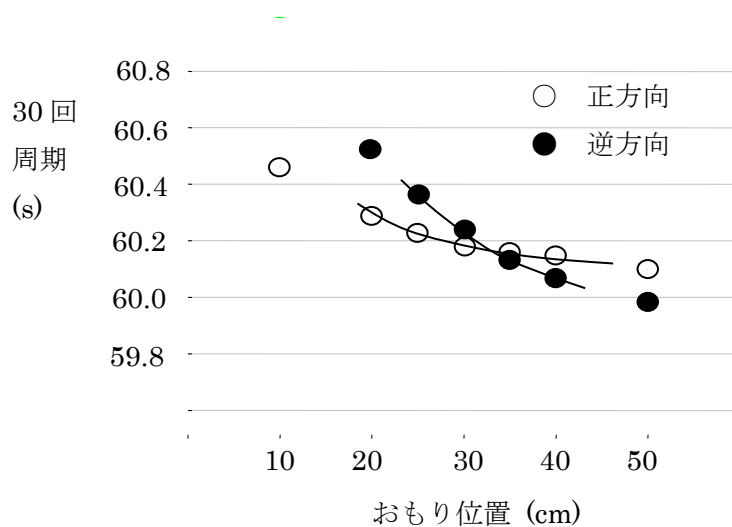


図 4 30 回周期とおもり位置の関係のグラフ  
(この図は実際の値からわざとずらしてあるので注意。)

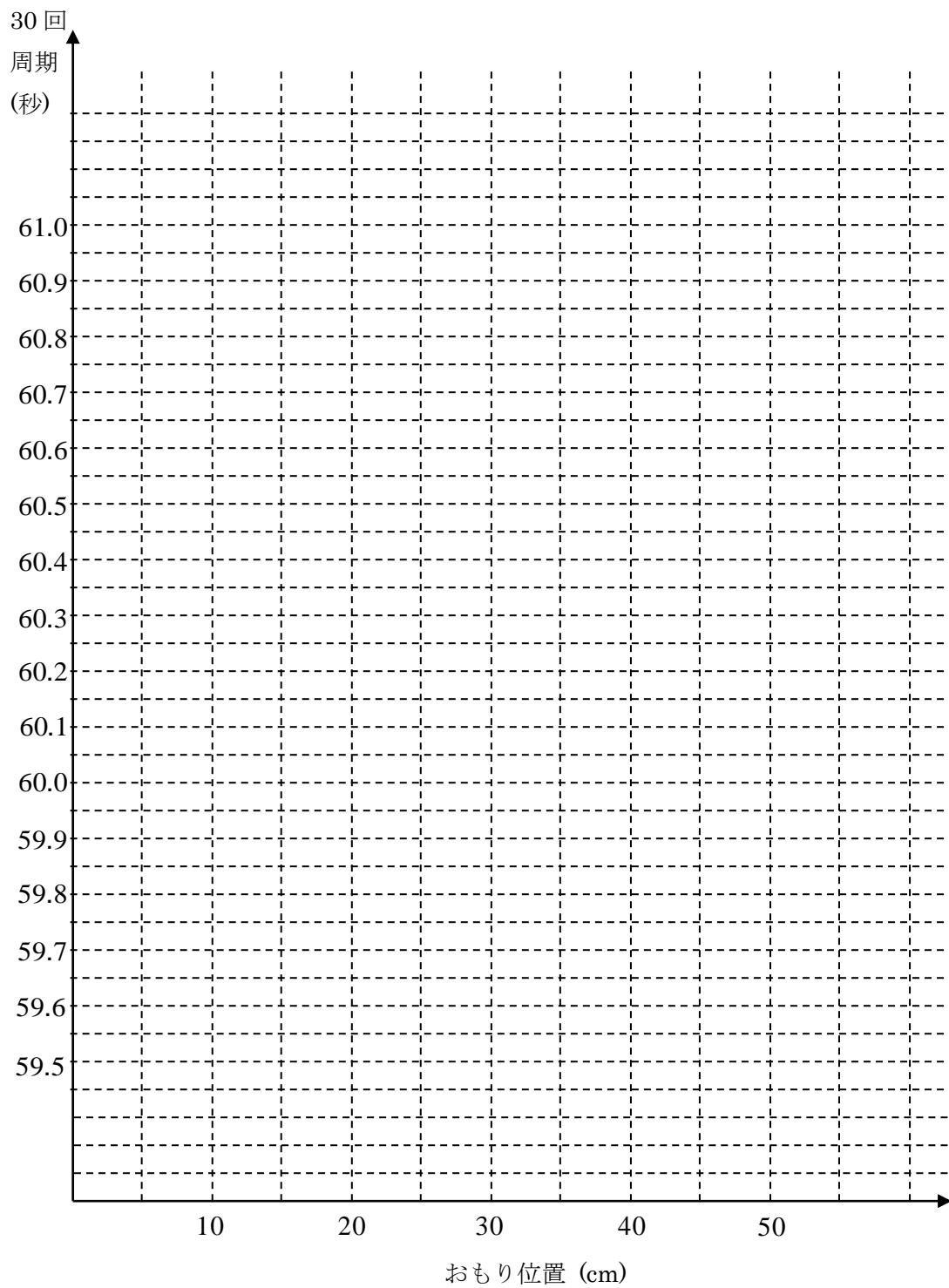


図5 30回周期とおもり位置の関係のグラフ (記録用)

(7) 正方向と逆方向の周期曲線の交点をグラフから読み取り、その位置におもりを固定する。測定点と測定点の間になっても良い。この位置は記録しておき、レポートに必ず明記すること。

交点の位置 

--

 cm

(8) (7) のおもり位置で、もう一度逆方向の 30 回周期を測定する。

(9) おもりの位置はそのまま、振子を正方向にする。そこでもう一度 30 回周期を測定する。(8) と (9) の差が 0.1 秒以内であればOK。そのまま、2-3. (1)に進む。0.1 秒以上あるときは再度 (8) または (9) を測定。

(8) 逆方向周期 \_\_\_\_\_ 秒 (9) 正方向周期 \_\_\_\_\_ 秒

### 2-3. 周期の測定

正逆の周期が一致したおもり位置で、正方向にした剛体振子の周期を精度良く測定する。

- (1) 1.の単振子の周期測定と同様に、剛体振子を必要回数 (10×班員の数) 往復させ、10 往復ごとのスプリットタイムを班員で分担して (0.01 秒の桁まで) 読み取り、読み、表 4 のように記録する。
- (2) (1) 各スプリットから 1 周期分の時間を求め、全体を平均することで振子の周期  $T$  を決定する。

表 4 剛体振子スプリットタイムの記録

往復回数 (回)	10 周期分の時間 (s) (①)	1 周期 (s) (①/10)
0~10		
10~20		
20~30		
30~40		
40~50		
$T$ の平均値		

#### 2-4. 重力加速度の計算

ケーターの振り子では、周期  $T$  は、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}} \quad (1-8)$$

で与えられる。ここで、 $l_0$  は正方向、逆方向のナイフエッジ間の距離である (図 2)。

本実験では  $l_0 = 1.00$  [m] に設定してある。測定結果から、この式を用いて、重力加速度  $g$  を求めなさい。

重力加速度  $g$   m/s<sup>2</sup>

**1-3** の単振り子によって求めた重力加速度、**2-4** の剛体振り子によって求めた重力加速度を教員に報告して 1 週目は終了である。